

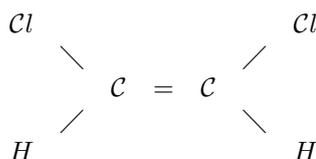
Esame Istituzioni Matematica II, 14/1/2010 (prof. M. Salvetti)

studenti del nuovo corso (6 crediti): eser. 1,2,3,4

studenti del vecchio corso (3 crediti): es: 2,3,4

studenti del vecchio ordinamento (prima dei crediti): es: 2,3,4,5

1. Data la molecola piana (cloroetilene)



- (a) Determinare il carattere della rappresentazione totale Γ del gruppo di simmetria C_{2v} della molecola completando la tabella (I) allegata.
- (b) Decomporre la rappresentazione totale Γ (di ordine 18) nelle componenti irriducibili, utilizzando la tavola di caratteri allegata (e la tavola determinata in (1a)).
2. Sia data la funzione di due variabili

$$f(x, y) = \frac{e^{x^2 + y^2}}{2x^2 + 2y^2 + 1}.$$

- (a) Descrivere il dominio di f e le sue linee di livello.
- (b) Calcolare (se esiste) il limite

$$\lim_{(x,y) \rightarrow \infty} f(x, y).$$

- (c) Scrivere le derivate prime parziali di f , calcolare il gradiente di f nel punto $P \equiv (1, 1)$ e l'equazione del piano tangente al grafico di f in tale punto.
- (d) Dire se la funzione ha punti critici ed eventualmente classificarli.
- (e) Trovare gli estremi vincolati di $f(x, y)$ con la condizione

$$x + y = 1/5.$$

3. (a) Dire (giustificandolo) se il campo

$$F(x, y, z) \equiv \frac{2}{r^2 + 1} \vec{r}$$

è conservativo (\vec{r} è il vettore posizione (x, y, z) e r è il suo modulo, quindi $r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$). In caso affermativo, determinarne un potenziale.

- (b) Calcolare il lavoro del campo lungo il segmento di estremi $(0, 0, 0)$ e $(1, 2, 3)$.

4. Calcolare il volume del solido

$$S = \{(x, y, z) : x^2 + y^2 + z^2 \leq R^2, x^2 + y^2 \geq r^2\}$$

con $0 < r < R$, ottenuto rimuovendo l'interno di un cilindro di raggio di base r da una sfera di raggio R .

5. Studiare la convergenza per $s \geq 0$ della serie

$$\sum_{n>0} \frac{1}{n^s}.$$

Il gruppo C_{2v} ha 4 elementi $E, C_2, \sigma_v, \sigma'_v$ e ha 4 rappresentazioni irriducibili (A_1, A_2, B_1, B_2) con tavola dei caratteri

Γ_i	E	C_2	σ_v	σ'_v
A_1	1	1	1	1
A_2	1	1	-1	-1
B_1	1	-1	1	-1
B_2	1	-1	-1	1

Si ricorda che il carattere della rappresentazione totale si determina considerando, per ogni elemento del gruppo che sia una rotazione propria di angolo θ , il numero u_n di atomi che rimangono al loro posto, e moltiplicando $u_n * (2\cos(\theta) + 1)$; se l'elemento e' una rotazione impropria di angolo θ , si moltiplica $u_n * (2\cos(\theta) - 1)$.

	E	C_2	σ_v	σ'_v
θ
$2\cos(\theta) \pm 1$
u_n
$\chi(R)$

(I)