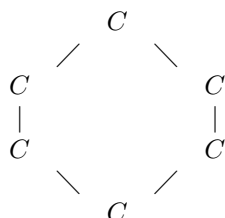


Esame Istituzioni Matematica II, 13/7/2009 (prof. M. Salvetti)

1. (facoltativo) Data la molecola piana a forma esagonale regolare C_6 (vedi figura),



descrivere un elemento di simmetria di ordine 2 e uno di ordine 3 della molecola che non commutino tra loro.

2. Sia data la funzione di due variabili

$$f(x, y) = r + \frac{2}{r},$$

dove $r = \sqrt{x^2 + y^2}$.

- (a) Descrivere il dominio di f e le sue linee di livello.
- (b) Scrivere le derivate prime parziali di f , calcolare il gradiente di f nel punto $P \equiv (3, 0)$ e l'equazione del piano tangente al grafico di f in tale punto.
- (c) Dire quali sono i punti critici della funzione e di che tipo sono.
- (d) Minimizzare $f(x, y)$ con la condizione

$$g(x, y) = 2x^2 + y^2 = k, \quad k > 0, \quad k \in \mathbb{R}, \text{ numero fissato.}$$

3. (a) Dire se il campo

$$F(x, y, z) \equiv (e^{y+2z}, xe^{y+2z}, 2xe^{y+2z})$$

è conservativo. In caso affermativo, determinarne un potenziale.

- (b) Calcolare il lavoro del campo lungo il segmento di estremi $(0, 0, 0)$ e $(1, 2, 3)$.
4. (a) Dato il cerchio

$$C := \{(x, y) \mid (x - 2)^2 + y^2 \leq 1\},$$

determinare il volume del dominio D ottenuto per rotazione di C attorno all'asse y nello spazio di coordinate (x, y, z) .