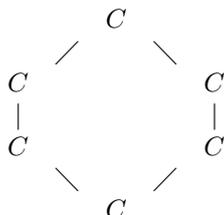


**Esame Istituzioni Matematica II, 13/7/2009 (prof. M. Salvetti)**

1. (facoltativo) Data la molecola piana a forma esagonale regolare  $C_6$  (vedi figura),



descrivere un elemento di simmetria di ordine 2 e uno di ordine 3 della molecola che non commutino tra loro.

2. Sia data la funzione di due variabili

$$f(x, y) = r + \frac{2}{r},$$

dove  $r = \sqrt{x^2 + y^2}$ .

- Descrivere il dominio di  $f$  e le sue linee di livello.
- Scrivere le derivate prime parziali di  $f$ , calcolare il gradiente di  $f$  nel punto  $P \equiv (3, 0)$  e l'equazione del piano tangente al grafico di  $f$  in tale punto.
- Dire quali sono i punti critici della funzione e di che tipo sono.
- Minimizzare  $f(x, y)$  con la condizione

$$g(x, y) = 2x^2 + y^2 = k, \quad k > 0, \quad k \in \mathbb{R}, \text{ numero fissato.}$$

3. (a) Dire se il campo

$$F(x, y, z) \equiv (e^{y+2z}, xe^{y+2z}, 2xe^{y+2z})$$

è conservativo. In caso affermativo, determinarne un potenziale.

- Calcolare il lavoro del campo lungo il segmento di estremi  $(0, 0, 0)$  e  $(1, 2, 3)$ .
4. (a) Dato il cerchio

$$C := \{(x, y) \mid (x - 2)^2 + y^2 \leq 1\},$$

determinare il volume del dominio  $D$  ottenuto per rotazione di  $C$  attorno all'asse  $y$  nello spazio di coordinate  $(x, y, z)$ .