

Esame Istituzioni Matematica II, 15/7/2013 (prof. M. Salvetti)

studenti del nuovo corso (6 crediti): eser. 1,2,3,4

studenti del vecchio corso (3 crediti): es: 1,2,3

1. Sia data la funzione di due variabili

$$f_a(x, y) = x^2 + y^2 + axy, \quad a \in \mathbb{R}.$$

- (a) Studiare, al variare di $a \in \mathbb{R}$, gli eventuali punti critici di $f_a(x, y)$.
(b) Studiare, al variare di $a \in \mathbb{R}$, gli estremi vincolati di $f_a(x, y)$ sul vincolo $x^2 + y^2 = 1$.

2. Sia $\vec{r} := (x, y, z)$ e sia

$$\vec{F}(\vec{r}) = \vec{k} \times \vec{r}$$

dove \vec{k} è il versore dell'asse z .

- (a) Dimostrare che \vec{F} non è conservativo.
(b) Calcolare il lavoro di \vec{F} sul segmento che unisce il punto $P \equiv (1, 0, 1)$ col punto $Q \equiv (0, 2, 2)$.
3. Dato nel piano (x, y) il cerchio C_1 di centro $(4, 0)$ e raggio 3, e il cerchio C_2 di centro $(0, 0)$ e raggio 2, calcolare l'area di $C_1 \cap C_2$.
4. Sia data una molecola A, A, A, B, B a forma di doppia piramide retta a base un triangolo equilatero A, A, A , con i due B che stanno sull'asse ortogonale al triangolo e passante per il suo baricentro, da parti opposte rispetto al triangolo e alla stessa distanza dal piano del triangolo.
- (a) Determinare il carattere della rappresentazione totale (ridotta) Γ del gruppo di simmetria D_{3h} completando la tabella (I) allegata;
(b) Decomporre la rappresentazione Γ nelle componenti irriducibili, utilizzando la tavola di caratteri allegata (e la tabella (I)) e specificare le frequenze che appaiono in Ir e Ra .

Il gruppo D_{3h} ha 12 elementi $E, \sigma_h, 2C_3, 2S_3, 3C'_2, 3\sigma_v$, e ha 6 rappresentazioni irriducibili con tavola dei caratteri

Γ_i	E	σ_h	$2C_3$	$2S_3$	$3C'_2$	$3\sigma_v$	Ir	Ra
A'_1	1	1	1	1	1	1	$x^2 + y^2, z^2$	
A'_2	1	1	1	1	-1	-1		
A''_1	1	-1	1	-1	1	-1		
A''_2	1	-1	1	-1	-1	1		z
E'	2	2	-1	-1	0	0	$(x^2 - y^2, xy)$	(x, y)
E''	2	-2	-1	1	0	0	(xz, yz)	

(*)

Si ricorda che il carattere della rappresentazione totale ridotta si determina considerando, per ogni elemento del gruppo che sia una rotazione propria di angolo θ , il numero u_n di atomi che rimangono al loro posto, e moltiplicando $(u_n - 2) * (2\cos(\theta) + 1)$; se l'elemento e' una rotazione impropria di angolo θ , si considera il numero u'_n di atomi fissi e si moltiplica $u'_n * (2\cos(\theta) - 1)$.

	E	σ_h	$2C_3$	$2S_3$	$3C'_2$	$3\sigma_v$
θ
$2\cos(\theta) \pm 1$
$u_n - 2, u'_n$
$\chi(R)$

(I)

Numero frequenze normali IR : ...

Numero frequenze normali Ra : ...