

Esame Istituzioni Matematica II, 18/7/2012 (prof. M. Salvetti)

studenti del nuovo corso (6 crediti): eser. 1,2,3,4

studenti del vecchio corso (3 crediti): es: 1,2,3

1. Sia data la funzione di due variabili

$$f(x, y) = \frac{1}{r^2 - 1}, \quad r = \sqrt{x^2 + y^2}.$$

- (a) Descrivere il campo di esistenza e le linee di livello di f .
(b) Calcolare i limiti

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (1,0)} |f(x, y)|, \quad \lim_{(x,y) \rightarrow \infty} f(x, y)$$

- (c) Calcolare le derivate prime parziali di f e l'equazione del piano tangente nel punto $(0, 2)$.
(d) Determinare gli eventuali punti critici della funzione e classificarli.
(e) Dire se ci sono estremi vincolati su

$$(x - 2)^2 + y^2 = 16$$

e in caso positivo determinarli.

2. (a) Descrivere, al variare di $a \in \mathbb{R}$, il dominio del campo di vettori

$$F \equiv \left(\frac{2x}{x^2 + y^2 + a}, \frac{2y}{x^2 + y^2 + a}, \frac{2z}{z^2 + 1} \right).$$

- (b) Dire al variare di a , se il campo é conservativo.

3. Sia f la funzione dell'esercizio 1. Calcolare il volume del dominio

$$D := \{ (x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : f(x, y) + 2 \geq 0, x^2 + y^2 \leq \frac{1}{2}, z \geq 0 \}$$

4. Sia data una molecola A, A, A, B a forma di piramide retta, con base triangolare regolare AAA e vertice B.

- (a) Determinare il carattere della rappresentazione totale (ridotta) Γ del gruppo di simmetria C_{3v} completando la tabella (I) allegata;
(b) Decomporre la rappresentazione Γ nelle componenti irriducibili, utilizzando la tavola di caratteri allegata (e la tabella (I)) e specificare le frequenze che appaiono in Ir e Ra .

Il gruppo C_{3v} ha 6 elementi E , $2C_3$, $3\sigma_v$ e ha 3 rappresentazioni irriducibili (A_1 , A_2 , B) con tavola dei caratteri

Γ_i	E	$2C_3$	$3\sigma_v$	IR	Ra
A_1	1	1	1	attivo	attivo
A_2	1	1	-1	non attivo	non attivo
B	2	-1	0	attivo	attivo

Si ricorda che il carattere della rappresentazione totale ridotta si determina considerando, per ogni elemento del gruppo che sia una rotazione propria di angolo θ , il numero u_n di atomi che rimangono al loro posto, e moltiplicando $(u_n - 2) * (2\cos(\theta) + 1)$; se l'elemento e' una rotazione impropria di angolo θ , si considera il numero u'_n di atomi fissi e si moltiplica $u'_n * (2\cos(\theta) - 1)$.

	E	$2C_3$	$3\sigma_v$	
θ	(I)
$2\cos(\theta) \pm 1$	
$u_n - 2, u'_n$	
$\chi(R)$	

Numero frequenze normali IR: ...

Numero frequenze normali Ra: ...