

Esame Istituzioni Matematica II, 4/4/2013 (prof. M. Salvetti)

studenti del nuovo corso (6 crediti): eser. 1,2,3,4

studenti del vecchio corso (3 crediti): es: 1,2,3

1. Sia data la funzione di due variabili

$$f(x, y) = \log(2 - x^2 - 2y^2).$$

- (a) Descrivere il dominio di f e le sue linee di livello.
 (b) Studiare gli eventuali punti critici di $f(x, y)$.
 (c) Determinare i massimi e i minimi vincolati di $f(x, y)$ sul vincolo dato dall'intersezione del dominio di f con la retta $y = mx$, dove $m \in \mathbb{R}$.

2. (a) Definire le linee di forza di un campo di vettori \vec{F} in \mathbb{R}^3 .
 (b) Sia

$$\vec{F}(x, y, z) = \left(\frac{x}{r^3}, \frac{y}{r^3}, \frac{z}{r^3} \right).$$

Dimostrare che \vec{F} è conservativo e descriverne le linee di campo.

3. Calcolare

$$\iint_D xy^2 e^{-2x+y} dx dy$$

dove D è il triangolo piano determinato dai punti

$$P_1(1, 1); P_2(2, 1); P_3(1, 5)$$

4. Sia data una molecola A, A, B, B, C, C dove i due atomi A hanno coordinate $(1, 1, 0)$; $(1, -1, 0)$, i B hanno coordinate $(-1, 1, 0)$; $(-1, -1, 0)$ e i C hanno coordinate $(0, 0, 2)$; $(0, 0, -2)$.
- (a) Determinare il carattere della rappresentazione totale (ridotta) Γ del gruppo di simmetria C_{2v} completando la tabella (I) allegata;
 (b) Decomporre la rappresentazione Γ nelle componenti irriducibili, utilizzando la tavola di caratteri allegata (e la tabella (I)) e specificare le frequenze che appaiono in Ir e Ra .

=====

Il gruppo C_{2v} ha 4 elementi $E, C_2, \sigma_v, \sigma'_v$ e ha 4 rappresentazioni irriducibili (A_1, A_2, B_1, B_2) con tavola dei caratteri

| Γ_i | E | C_2 | σ_v | σ'_v | IR | Ra |
|------------|-----|-------|------------|-------------|-----|-----------------|
| A_1 | 1 | 1 | 1 | 1 | z | x^2, y^2, z^2 |
| A_2 | 1 | 1 | -1 | -1 | | xy |
| B_1 | 1 | -1 | 1 | -1 | x | xz |
| B_2 | 1 | -1 | -1 | 1 | y | yz |

Si ricorda che il carattere della rappresentazione totale ridotta si determina considerando, per ogni elemento del gruppo che sia una rotazione propria di angolo θ , il numero u_n di atomi che rimangono al loro posto, e moltiplicando $(u_n - 2) * (2\cos(\theta) + 1)$; se l'elemento e' una rotazione impropria di angolo θ , si considera il numero u'_n di atomi fissi e si moltiplica $u'_n * (2\cos(\theta) - 1)$.

| | | | | | |
|-----------------------|-----|-------|------------|-------------|-----|
| θ | E | C_2 | σ_v | σ'_v | |
| $2\cos(\theta) \pm 1$ | ... | ... | ... | ... | (I) |
| $u_n - 2, u'_n$ | ... | ... | ... | ... | |
| $\chi(R)$ | ... | ... | ... | ... | |

Numero frequenze normali IR : ...

Numero frequenze normali Ra : ...