

(prof. Salvetti: esempi introduttivi) **Funzioni di più variabili reali.**

Esempio 1.1.

$$f(x, y) = \frac{y}{x}$$

Campo di esistenza (o dominio) : $D = \{(x, y) : x \neq 0\}$

Continuità: la funzione è continua in tutti i punti del dominio.

[definizione: una funzione si dice continua in un punto $P_0 \equiv (x_0, y_0)$ se

$$\lim_{P \rightarrow P_0} f(P) = f(P_0)$$

Si dice continua in un dominio se lo è in tutti i punti del dominio]

Linea (o curva) di livello k (k è uno dei valori che la funzione può assumere):

$$\{(x, y) : \frac{y}{x} = k\}$$

Per un numero k fissato, la linea di livello k è una retta passante per l'origine, ma privata dell'origine!

Segno: la funzione si annulla sull'asse x (privato dell'origine), è positiva nel primo e terzo quadrante, negativa nel secondo e quarto.

Esercizio. Provare a disegnare il grafico della funzione. Fissate coordinate cartesiane ortogonali (x, y, z) , il grafico è la superficie i cui punti hanno coordinate

$$(x, y, z = f(x, y))$$

Esempio 1.2.

$$f(x, y) = x^2 + y^2$$

Campo di esistenza : $D =$ tutti i punti del piano (x, y) .

Continuità: la funzione è continua in tutti i punti del dominio.

Linee di livello:

$$\{(x, y) : x^2 + y^2 = k\}$$

Per $k = 0$ è il singolo punto dato dall'origine $(0,0)$, per $k > 0$ è una circonferenza di raggio \sqrt{k} di centro l'origine.

Segno: la funzione vale 0 nell'origine (0,0) ed è positiva in tutti gli altri punti.

Esercizio. Disegnare il grafico della funzione, e osservare che tale grafico è simmetrico rispetto all'asse z (è un "paraboloide" di rotazione).

Esercizio. Studiare come sopra la funzione

$$f(x, y) = x^2 - y^2$$

disegnandone il grafico (osservare che intersecando il grafico con il piano $x=0$ si trova una parabola "rivolta in su" mentre intersecandolo col piano $y=0$ se ne trova una "rivolta in giù").

Esempio 1.3.

$$f(x, y) = \sqrt{1 - x^2 - y^2}$$

Campo di esistenza: $D = \{(x, y) : x^2 + y^2 \leq 1\}$ (un cerchio)

Continuità: la funzione è continua in tutti i punti del dominio.

Linea di livello k :

$$\{(x, y) : \sqrt{1 - x^2 - y^2} = k\} = \{(x, y) : x^2 + y^2 = 1 - k^2\}$$

Per $k = 1$ è il singolo punto dato dall'origine (0,0), per $0 \leq k < 1$ è una circonferenza di raggio $\sqrt{1 - k^2}$ di centro l'origine.

Segno: si annulla nell'origine ed è positiva negli altri punti del dominio.

Esercizio. Disegnare il grafico della funzione (è una semisfera).

This document was created with Win2PDF available at <http://www.win2pdf.com>.
The unregistered version of Win2PDF is for evaluation or non-commercial use only.
This page will not be added after purchasing Win2PDF.