Corso di **Analisi 3 - 547AA**

Corso della Laurea **Triennale** e della Laurea **Magistrale** in Matematica
numero di ore frontali: **60** – crediti formativi: **6**

Primo semestre a.a. 2023/24

Docenti: Maria Stella Gelli e Carlo Carminati

Prerequisiti: corsi dei primi due anni del CdS di Matematica (o Fisica), in particolare utilizzeremo i contenuti di Analisi 1 e 2 dando per acquisita la nozione di misura ed integrazione rispetto ad una misura, convergenza assoluta e totale di serie di funzioni ed i risultati di topologia ed Analisi Complessa incontrati nel corso Geometria 2 del CdS di Matematica oltre alle nozioni di base di algebra lineare.

Modalità di Esame: l'esame consta di una parte scritta con 5-6 esercizi da svolgere e di una parte orale a cui si accede con il superamento della parte scritta.

Obiettivi formativi: L'obiettivo del corso è introdurre gli strumenti di base per i corsi successivi di Analisi a partire dai corsi Spazi di Sobolev ed Istituzioni di Analisi, etc. In particolare lo studente potrà acquisire una buona conoscenza e manualità su: spazi L^p e spazi di Hilbert, Serie e Trasformata di Fourier ed applicazioni di questi strumenti per la risoluzione di alcune equazioni modello alle derivate parziali; nozione di k-superfici nello spazio euclideo d-dimensionale ed integrazione su k-superfici; prime proprietà delle funzioni armoniche. La conoscenza di alcuni di questi argomenti risulta essere utile anche in campi diversi dall'Analisi astratta come quelli della Fisica Matematica e/o dell'Analisi Numerica, ad esempio in vista dell'utilizzo di algoritmi di calcolo quali DFT ed FFT, algoritmi largamente utilizzati in ambiti applicati.

Programma più dettagliato: Dopo aver richiamato velocemente i risultati fondamentali sulla nozione di misura e di funzioni rispetto ad essa integrabili e relativi teoremi di passaggio al limite sotto il segno di integrale, presenteremo la teoria di base degli spazi L^p rispetto ad una misura qualsiasi, con $p \in [1, +\infty]$: disuguaglianze di Hölder e Minkowski, norma, completezza, densità o meno delle funzioni regolari. Collegato a questo daremo la nozione di convoluzione e le disuguaglianze di Young valide in questo contesto a seconda della sommabilità dei fattori. Analogamente studieremo la regolarità del prodotto di convoluzione a seconda di opportune ipotesi sui fattori e l'applicazione a risultati di approssimazione in L^p per convoluzione. Successivamente introdurremo la teoria di spazi di Hilbert (teoremi di Riesz e di proiezione e nozione di sistemi ortonormali) con cenni agli operatori autoaggiunti. Utilizzeremo la teoria sviluppata per lo spazio $L^2([0, 2\pi]; \mathcal{C})$ per introdurre la nozione di Serie di Fourier (reale e complessa) e teoremi di convergenza ad essa collegati. Applicheremo questi risultati alle risoluzione di particolari equazioni alle derivate parziali di tipo onde e calore con condizioni al bordo di periodicità. Successivamente introdurremo la nozione di Trasformata di Fourier su L^1 con le relative proprietà e proveremo sotto opportune ipotesi la validità di una formula di inversione. Tramite identità di Plancherel estenderemo poi la trasformata ad L^2 e ne mostreremo alcune applicazioni alla risoluzione di PDEs. Introdurremo poi la nozione di funzione armonica ed il suo legame con proprietà della media e principio del massimo. Passeremo poi alla nozione di k-superficie in R^d introducendo la nozione di misura associata ed integrazione su k-superfici. Per avere un riferimento di massima dei contenuti si può dare un'occhiata al registro delle lezioni del corso dell'anno accademico precedente.

Materiale didattico: Verrà aperta la pagina Teams del corso su cui trovare testi e soluzioni degli esami scritti degli anni precedenti, riferimenti bibliografici ed altro materiale utile al Corso.