

Istituzioni di Probabilità (773AA)

II semestre A.A. 22/23

Francesco Grotto, Dario Trevisan

Informazioni generali

- Docenti: *Dario Trevisan* e *Francesco Grotto*
- A chi è rivolto: Laurea Magistrale
- Il corso **Probabilità** è fortemente consigliato (anche se non è un prerequisito formale)
- Durata 72 ore, 11 crediti
- Orario: secondo semestre -- 6 ore settimanali
- [Pagina web del corso](#)

Materiale didattico

- Il testo di riferimento è *Revuz, Daniel, and Marc Yor, Continuous martingales and Brownian motion*. Vol. 293. Springer Science & Business Media, 2013.
- Saranno inoltre forniti ulteriori fogli di esercizi e le prove d'esame dell'anno precedente.

Modalità d'esame

L'esame consiste di

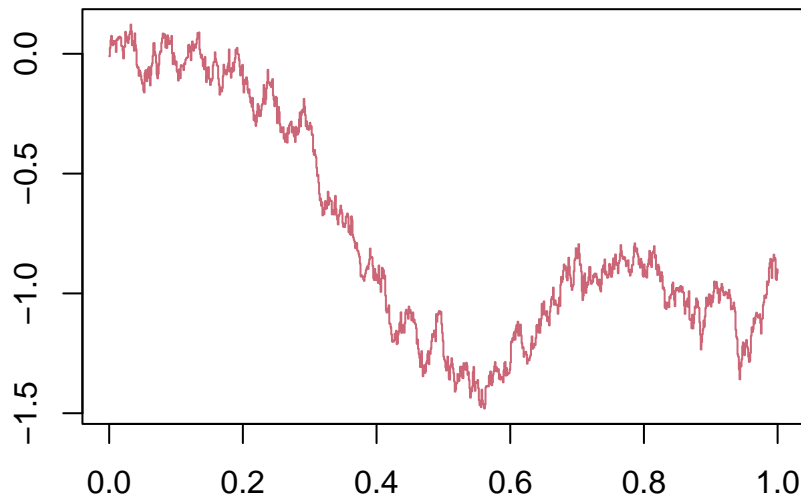
- una **prova scritta** su problemi
- una **prova orale** sugli argomenti del programma svolto.

Valuteremo se introdurre le prove intermedie (2 prove) in base al numero di frequentanti

Cenni ai contenuti del corso

Il corso si concentra sui fondamenti della teoria dei **processi stocastici** e dell'integrazione stocastica.

- **Processi di Markov:** proprietà generale di "assenza di memoria", con applicazioni in tantissimi ambiti (statistica, informatica, biologia ecc.)
- **Martingale:** generalizzazione della somma di variabili indipendenti, con applicazioni alla finanza.
- **Processi gaussiani:** generalizzano i vettori gaussiani, approssimazione di ulteriori processi (grazie al teorema limite centrale), con applicazioni in statistica, analisi dei dati...
- Il **moto browniano** (o processo di Wiener) è il processo fondamentale: è di Markov, una martingala e gaussiano (in figura una traiettoria simulata del moto browniano):



- **Proprietà delle traiettorie** del moto browniano (non differenziabilità, proprietà degli insiemi di livello).

- Teoria dell'**integrale di Itô** (integrazione stocastica). L'integrale classico (come limite di somme di Riemann)

$$\int_0^t f(B_t)dB_t$$

non ha senso per un moto Browniano $(B_t)_t$, perché troppo irregolare!

- **Formula di Itô:** *correzione della regola della catena:

$$\frac{f(B_t)}{dt} \stackrel{?}{=} f'(B_t) \frac{dB_t}{dt} + \dots$$

- **Equazioni differenziali stocastiche:**

$$\begin{cases} \frac{dX_t}{dt} = f(X_t) + \frac{dB_t}{dt} \\ X_0 = x, \end{cases}$$

che hanno applicazioni in svariati ambiti (fisica, biologia, finanza, ecc.).