Corso di **Analisi 3 - 547AA**

Corso della Laurea **Triennale** e della Laurea **Magistrale** in Matematica (60 ore - 6 crediti)

Primo semestre a.a. 2024/25

Docenti: Maria Stella Gelli e Carlo Carminati

Prerequisiti: corsi dei primi due anni del CdS di Matematica (o Fisica), in particolare utilizzeremo i contenuti di Analisi 1 e 2 ed i risultati di topologia ed Analisi Complessa incontrati nel corso Geometria 2 del CdS di Matematica

---

Modalità di Esame: l'esame consta di una parte scritta e di una parte orale, parte orale a cui si accede solo dopo il superamento della parte scritta. Maggiori dettagli sulle modalità (con riferimento anche alle eventuali prove in itinere) saranno fornite ad inizio anno accademico e saranno a disposizione in un file apposito.

Obiettivi formativi: L'obiettivo del corso è di introdurre gli strumenti di base per i corsi successivi di Analisi: Spazi di Sobolev, Istituzioni di Analisi, etc. In particolare lo studente potrà acquisire una buona conoscenza e manualità su: spazi L^p e spazi di Hilbert, Serie e Trasformata di Fourier ed applicazioni di questi strumenti per la risoluzione di alcune equazioni modello alle derivate parziali.

Programma più dettagliato: Come fase preliminare richiameremo (o introdurremo per chi non li avesse ancora incontrati) i risultati fondamentali sulla nozione di misura e sulla teoria dell'integrazione rispetto alla misura con particolare attenzione ai relativi teoremi di passaggio al limite sotto il segno di integrale e strumenti tipo Fubini-Tonelli e formula di cambio di variabile in coordinate 'polari'. Presenteremo poi la teoria di base degli spazi L^p rispetto ad una misura qualsiasi, con $p \in [1, +\infty]$: disuguaglianze di Hölder e Minkowski, norma, completezza, densità o meno delle funzioni regolari. Collegato a questo introdurremo la nozione di convoluzione e le disuguaglianze di Young valide in questo contesto a seconda della sommabilità dei fattori. Analogamente studieremo la regolarità del prodotto di convoluzione a seconda di opportune ipotesi sui fattori con applicazione di questi risultati alla costruzione di opportune approssimazioni per convoluzione di funzioni in L^p con funzioni regolari, se $p \neq \infty$. Successivamente daremo la nozione di spazi di Hilbert e di sistemi ortonormali ed illustreremo i teoremi di proiezione su convesso, caratterizzazione di sistemi ortonormali completi e teorema di Riesz, con cenni agli operatori autoaggiunti. Utilizzeremo questi risultati nel caso $L^2([0, 2\pi]; \mathcal{C})$ per introdurre la nozione di Serie di Fourier (reale e complessa) e teoremi di convergenza ad essa collegati. Applicheremo questi risultati alle risoluzione di particolari equazioni alle derivate parziali di tipo onde e calore con condizioni al bordo di periodicità. Successivamente introdurremo la nozione di Trasformata di Fourier su L^1 con le relative proprietà e proveremo sotto opportune ipotesi la validità di una formula di inversione. Tramite identità di Plancherel estenderemo poi la trasformata ad L^2 e ne mostreremo alcune applicazioni alla risoluzione di PDEs. Tempo permettendo introdurremo poi la nozione di funzione armonica ed il suo legame con proprietà della media e principio del massimo.

Materiale didattico Verrà aperta la pagina Teams del corso su cui trovare testi e soluzioni degli esami scritti degli anni precedenti, riferimenti bibliografici, modalità dell'esame ed altro materiale utile al Corso