Corso di Analisi **Matematica 3 – 547AA**

- **Corso della Laurea Triennale e della Laurea Magistrale in Matematica** (60 ore – 6 crediti)
- **Periodo**: I semestre
- **Docente**: Luigi Carlo Berselli

Prerequisiti: I corsi dei primi due anni del CdS di Matematica (o Fisica), in particolare: Analisi 1 e 2. Risultati di Algebra Lineare, Topologia e Analisi Complessa dal corso di Geometria 2.

Modalità di Esame: prova scritta + prova orale (solo dopo superamento dello scritto). Maggiori dettagli saranno forniti a inizio anno accademico.

Obiettivi formativi: L'obiettivo del corso è introdurre gli strumenti di base dell'analisi in dimensione infinita (come continuazione del calcolo differenziale in più dimensioni dell'analisi 2) e le sue applicazioni all'analisi di vari problemi. Questi sono strumenti di base sia per chi non seguirà altri corsi di Analisi, sia per chi seguirà corsi successivi, come per esempio Spazi di Sobolev e Istituzioni di Analisi. In particolare, lo studente acquisirà conoscenza e padronanza su: Spazi L^p e spazi di Hilbert, Serie e Trasformata di Fourier e uso di questi strumenti per la risoluzione di alcune semplici equazioni alle derivate parziali.

Programma dettagliato: Come fase preliminare richiameremo (o introdurremo per chi non li avesse ancora incontrati) i risultati fondamentali sulla nozione di misura di Lebesgue e relativa teoria dell'integrazione, con particolare attenzione ai relativi teoremi di passaggio al limite sotto il segno di integrale e strumenti tipo Fubini-Tonelli. Presenteremo poi la teoria di base degli spazi l^p, L^p, con $p \in [1, \infty]$: disuguaglianze di Hölder e Minkowski, norma, completezza, densità o meno delle funzioni regolari. Collegato a questo introdurremo la nozione di convoluzione e le disuguaglianze di Young valide in questo contesto a seconda della sommabilità dei fattori. Analogamente studieremo la regolarit' a del prodotto di convoluzione a seconda di opportune ipotesi sui fattori con applicazione di questi risultati alla costruzione di opportune approssimazioni per convoluzione di funzioni in L^p con funzioni regolari. Successivamente daremo la nozione di spazi di Hilbert e di sistemi ortonormali ed illustreremo i teoremi di proiezione su convesso, caratterizzazione di sistemi ortonormali completi e teorema di Riesz, con cenni agli operatori autoaggiunti. Utilizzeremo questi risultati nel caso delle funzioni a quadrato sommabile per introdurre la nozione di Serie di Fourier (reale e complessa) e teoremi di convergenza ad essa collegati. Applicheremo questi risultati alle risoluzione di particolari equazioni alle derivate parziali di tipo onde e calore. Successivamente introdurremo la nozione di Trasformata di Fourier su L^1 con le relative proprietà e proveremo sotto opportune ipotesi la validità di una formula di inversione. Tramite l'identità di Plancherel estenderemo poi la trasformata ad L^p e ne mostreremo alcune applicazioni alla risoluzione di equazioni alle derivate parziali. Tempo permettendo introdurremo poi la nozione di funzione armonica ed il suo legame con proprietà della media e principio del massimo.

Materiale didattico: Sarà aperta la pagina Teams del corso, dove saranno disponibili: Riferimenti bibliografici, modalità d'esame dettagliate, altro materiale utile al corso.