Istituzioni di Probabilità (773AA)

II semestre A.A. 2025–2026

Nuovo ricercatore, Mario Maurelli

Informazioni generali

- **Docenti:** *Nuovo ricercatore*[1], Mario Maurelli
- **Destinatari:** Laurea Magistrale
- **Prerequisiti:** Il corso di Probabilità è fortemente consigliato (non è un prerequisito formale)
- **Durata:** 72 ore, 11 crediti
- **Orario:** Secondo semestre – 6 ore settimanali

Materiale didattico

I testi di riferimento sono:

- Daniel Revuz and Marc Yor, *Continuous Martingales and Brownian Motion*, Vol. 293, Springer, 2013.
- Paolo Baldi, *Stochastic Calculus. An Introduction Through Theory and Exercises*, Springer UTX, 2017.

Ulteriore materiale didattico potrà essere fornito durante il corso.

Modalità d'esame

L'esame consiste in:

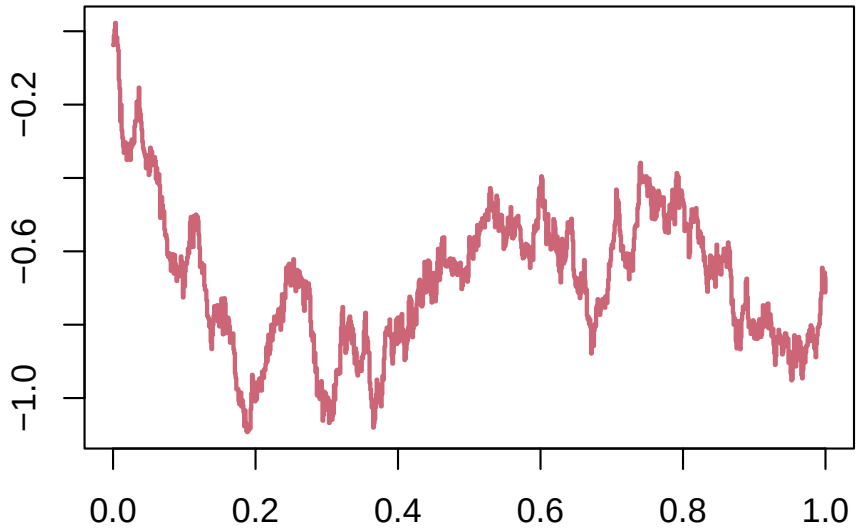
- una prova scritta su problemi;
- una prova orale sugli argomenti del programma svolto.

[1] da confermare

Cenni ai contenuti del corso

Il corso si concentra sui fondamenti della teoria dei processi stocastici e dell'integrazione stocastica:

- **Processi di Markov:** proprietà generale di "assenza di memoria", con tante applicazioni (statistica, informatica, biologia, ecc.)
- **Martingale:** generalizzazione della somma di variabili indipendenti, con applicazioni alla finanza.
- **Processi gaussiani:** generalizzano i vettori gaussiani, approssimazione di ulteriori processi (grazie al teorema limite centrale), con applicazioni in statistica e analisi dei dati.
- **Moto browniano (processo di Wiener):** il processo fondamentale, che è di Markov, una martingala e gaussiano (in figura una traiettoria simulata del moto browniano):



- **Proprietà delle traiettorie del moto browniano:** non differenziabilità, proprietà degli insiemi di livello.
- **Teoria dell'integrale di Itô (integrazione stocastica):** l'integrale classico (come limite di somme di Riemann)

$$\int_0^t f(B_s)\,dB_s$$

non è definito per il moto browniano $(B_t)_t$, perché $(B_t)_t$ è troppo irregolare!

- **Formula di Itô:** correzione della regola della catena:

$$\frac{df(B_t)}{dt} \stackrel{?}{=} f'(B_t)\frac{dB_t}{dt} + \dots$$

- **Equazioni differenziali stocastiche:**

$$dX_t = f(X_t)\,dt + dB_t, \quad X_0 = x$$

he hanno applicazioni in svariati ambiti (fisica, biologia, finanza, ecc.).