Analisi Matematica I modulo
Prova scritta preliminare n. 1

Corso di laurea in Matematica, a.a. 2006-2007

16 novembre 2006

`*A*AAA*A`

1. Si consideri la seguente definizione ricorsiva:

$$\begin{cases} a_{n+1} = \frac{1}{2-a_n} \\ a_1 = \alpha. \end{cases}$$

   (a) Nel caso $\alpha = -2006$ calcolare (se esiste) il limite $\lim_{n\to\infty} a_n$.

   (b) Calcolare il limite della successione nel caso $\alpha = \frac{2006}{1004}$.

   (c) *Facoltativo.* Dimostrare che l'insieme A dei valori di α per i quali la successione non è ben definita (in quanto si annulla il denominatore) è $A = \{\frac{n+1}{n} : n \in \mathbb{N}\}$.

2. Calcolare i seguenti limiti:

   (a)
$$\lim_{n\to\infty} \frac{(3n)!}{(n!)^3}$$

   (b)
$$\lim_{n\to\infty} \frac{(n^4+n)^n}{(n^2-n)^{2n}}$$

   (c)
$$\lim_{n\to\infty} \frac{\sin(\log \frac{1}{n})}{n}$$

3. Dimostrare che la seguente disequazione ha infinite soluzioni $n \in \mathbb{N}$:

$$\left(\frac{n-1}{n+1}\right)^{2006} \geq \frac{2006}{2007}.$$

N.B. Ricordarsi di scrivere il proprio nome e cognome sul compito consegnato. Inoltre se si vuole tenere questo foglio è necessario trascrivere il codice di 8 lettere riportato nel riquadro in alto.

Analisi Matematica I modulo
Prova scritta preliminare n. 1

Corso di laurea in Matematica, a.a. 2006-2007

16 novembre 2006

$\boxed{\texttt{*B*BBB*B}}$

1. Si consideri la seguente definizione ricorsiva:

$$\begin{cases} a_{n+1} = 2 - \frac{1}{a_n} \\ a_1 = \alpha. \end{cases}$$

   (a) Nel caso $\alpha = 2006$ calcolare (se esiste) il limite $\lim_{n\to\infty} a_n$.

   (b) Calcolare il limite della successione nel caso $\alpha = \frac{1}{2006}$.

   (c) *Facoltativo.* Dimostrare che l'insieme A dei valori di α per i quali la successione non è ben definita (in quanto si annulla il denominatore) è $A = \{\frac{n-1}{n} : n \in \mathbb{N}\}$.

2. Calcolare i seguenti limiti:

   (a)

$$\lim_{n\to\infty} \frac{(n!)^3}{(3n)!}$$

   (b)

$$\lim_{n\to\infty} \frac{(n^2+n)^{2n}}{(n^4-n)^n}$$

   (c)

$$\lim_{n\to\infty} \frac{\sin \frac{2^n}{n}}{1+\log n}$$

3. Dimostrare che la seguente disequazione ha infinite soluzioni $n \in \mathbb{N}$:

$$\left(\frac{n-1}{n+1}\right)^{2006} \geq \frac{2006}{2007}.$$

N.B. Ricordarsi di scrivere il proprio nome e cognome sul compito consegnato. Inoltre se si vuole tenere questo foglio è necessario trascrivere il codice di 8 lettere riportato nel riquadro in alto.

Analisi Matematica I modulo
Prova scritta preliminare n. 1

Corso di laurea in Matematica, a.a. 2006-2007

16 novembre 2006

`*C*CCC*C`

1. Si consideri la seguente definizione ricorsiva:

$$\begin{cases} a_{n+1} = -\frac{1}{a_n} - 2 \\ a_1 = \alpha. \end{cases}$$

   (a) Nel caso $\alpha = -2006$ calcolare (se esiste) il limite $\lim_{n\to\infty} a_n$.

   (b) Calcolare il limite della successione nel caso $\alpha = -\frac{1}{2006}$.

   (c) *Facoltativo.* Dimostrare che l'insieme A dei valori di α per i quali la successione non è ben definita (in quanto si annulla il denominatore) è $A = \{\frac{1-n}{n} : n \in \mathbb{N}\}$.

2. Calcolare i seguenti limiti:

   (a)
$$\lim_{n\to\infty} \frac{\sqrt{(2n)!}}{n!}$$

   (b)
$$\lim_{n\to\infty} \frac{(n^3+1)^n}{(n+1)^{3n}}$$

   (c)
$$\lim_{n\to\infty} \left(1 - \frac{n}{n+1}\right)^n$$

3. Dimostrare che la seguente disequazione ha infinite soluzioni $n \in \mathbb{N}$:

$$\left(\frac{n+1}{n-1}\right)^{2006} \leq \frac{2007}{2006}.$$

N.B. Ricordarsi di scrivere il proprio nome e cognome sul compito consegnato. Inoltre se si vuole tenere questo foglio è necessario trascrivere il codice di 8 lettere riportato nel riquadro in alto.

Analisi Matematica I modulo
Prova scritta preliminare n. 1

Corso di laurea in Matematica, a.a. 2006-2007

16 novembre 2006

`*D*DDD*D`

1. Si consideri la seguente definizione ricorsiva:

$$\begin{cases} a_{n+1} = -\frac{1}{a_n+2} \\ a_1 = \alpha. \end{cases}$$

   (a) Nel caso $\alpha = 2006$ calcolare (se esiste) il limite $\lim_{n\to\infty} a_n$.

   (b) Calcolare il limite della successione nel caso $\alpha = -\frac{2006}{1004}$.

   (c) *Facoltativo.* Dimostrare che l'insieme A dei valori di α per i quali la successione non è ben definita (in quanto si annulla il denominatore) è $A = \{-\frac{n+1}{n} : n \in \mathbb{N}\}$.

2. Calcolare i seguenti limiti:

   (a)
$$\lim_{n\to\infty} \frac{n!}{\sqrt{(2n)!}}$$

   (b)
$$\lim_{n\to\infty} \frac{(n-1)^{3n}}{(n^3+1)^n}$$

   (c)
$$\lim_{n\to\infty} \left(1 - \frac{n}{n+1}\right)^n$$

3. Dimostrare che la seguente disequazione ha infinite soluzioni $n \in \mathbb{N}$:

$$\left(\frac{n+1}{n-1}\right)^{2006} \leq \frac{2007}{2006}.$$

N.B. Ricordarsi di scrivere il proprio nome e cognome sul compito consegnato. Inoltre se si vuole tenere questo foglio è necessario trascrivere il codice di 8 lettere riportato nel riquadro in alto.