Analisi Matematica II e Complementi
Prova scritta n. 5
Ingegneria, a.a. 2009-2010
5 febbraio 2011

(spazio riservato al docente)

voto

ammonito

espulso

cognome

nome

matricola

risposte:

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12

codice compito: `CABB BDDC CADA`

---

1. Il limite

$$\lim_{(x,y)\to(0,0)} \frac{x^2+y^3}{x^2+y^2}$$

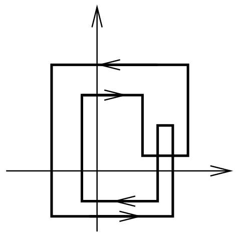
(A) non esiste, **(B)** vale $+\infty$, **(C)** vale 1, **(D)** vale 0.

---

2. La funzione $f(x,y) = (x+y)(x-y^2)$ nel punto $(0,0)$
(A) non ha un punto critico, **(B)** ha un punto sella, **(C)** ha un massimo locale, **(D)** ha un minimo locale.

---

3. Sia γ la curva chiusa rappresentata in figura. Calcolare $\displaystyle\int_\gamma \frac{-y\,dx + x\,dy}{x^2+y^2}$.



(A) 0, **(B)** 4π, **(C)** -2π, **(D)** π.

---

4. Sapendo che $f\colon \mathbb{C}\to\mathbb{C}$ è olomorfa e la sua parte reale è x^2-y^2, quale delle seguenti potrebbe essere la parte immaginaria di f?
(A) $2xy$, **(B)** 0, **(C)** x^2+y^2, **(D)** y.

---

5. Calcolare

$$\int_\gamma \frac{\cos z}{z}\,dz$$

dove $\gamma(t) = e^{it}$, $t\in[0,2\pi]$.
(A) 0, **(B)** $2\pi i$, **(C)** 1, **(D)** π.

---

6. La $\mathcal{L}$-trasformata di $e^{-t}+\sin t$ è
(A) $\frac{1}{s-1}+\frac{1}{s^2+1}$, **(B)** $\frac{1}{s+1}+\frac{s}{s^2+1}$, **(C)** $\frac{1}{s+1}+\frac{1}{s^2+1}$, **(D)** $\frac{1}{s-1}+\frac{s}{s^2+1}$.

---

7. Il raggio di convergenza della serie di potenze $\displaystyle\sum_{k=1}^{\infty}\frac{z^k}{k^k}$ è
(A) $\sqrt{2}$, **(B)** $+\infty$, **(C)** 1, **(D)** 0.

---

8. Se $y(t)$ risolve

$$\begin{cases} y''+2y'+y=0 \\ y(0)=1, y'(0)=-2 \end{cases}$$

allora l'integrale $\displaystyle\int_0^{+\infty} y(t)\,dt$ vale
(A) π, **(B)** $+\infty$, **(C)** -1, **(D)** 0.

---

9. Calcolare $\int_\gamma \bar{z}\,dz$ con $\gamma(t)=e^{it}$, $t\in[0,2\pi]$.
(A) i, **(B)** $\sqrt{2}$, **(C)** $2\pi i$, **(D)** -1.

---

10. Sia $D\subset\mathbb{R}^2$ un dominio regolare e sia $f\colon D\to\mathbb{R}$ una funzione regolare, positiva. Il volume dell'insieme

$$E=\{(x,y,z)\in\mathbb{R}^3\colon (x,y)\in D,\ |z|\le f(x,y)\}$$

è dato da
(A) $\frac{1}{2}\iint_D f^2(x,y)\,dx\,dy$, **(B)** $\int_{\partial^+D} f_x\,dx + f_y\,dy$, **(C)** $\int_{\partial^+D} f_y\,dx - f_x\,dy$, **(D)** $2\iint_D f(x,y)\,dx\,dy$.

---

11. Sia $D=\{(x,y)\in\mathbb{R}^2\colon x^2+y^2\le 2\}$ e sia $f\colon\mathbb{R}^2\to\mathbb{R}$ una funzione differenziabile tale che

$$\sup_{(x,y)\in D} f(x,y) = f(1,1).$$

Allora tra le seguenti possibilità il vettore $\nabla f(1,1)$ potrebbe essere
(A) $(1,-1)$, **(B)** $(-1,1)$, **(C)** $(1,1)$, **(D)** $(-1,-1)$.

---

12. Sia $f\colon\mathbb{C}\to\mathbb{C}$ una funzione tale che $|f(z)|=\sin|z|$ per ogni $z\in\mathbb{C}$. Allora possiamo affermare che
(A) f è costante, **(B)** f è olomorfa ma non costante, **(C)** f non è olomorfa, **(D)** non esiste una tale f.

Analisi Matematica II e Complementi
Prova scritta n. 5
Ingegneria, a.a. 2009-2010
5 febbraio 2011

(spazio riservato al docente)

voto

ammonito

espulso

cognome

nome

matricola

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
risposte:												

codice compito: `ADBB ABCD CCAD`

---

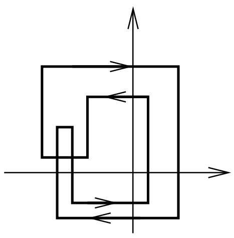
1. Il limite
$$\lim_{(x,y)\to(0,0)} \frac{xy^2}{x^2+y^4}$$
(A) vale 1, **(B)** vale 0, **(C)** vale $+\infty$, **(D)** non esiste.

---

2. La funzione $f(x,y) = x^2 + y^4$ nel punto $(0,0)$
(A) ha un punto sella, **(B)** ha un minimo locale, **(C)** non ha un punto critico, **(D)** ha un massimo locale.

---

3. Sia γ la curva chiusa rappresentata in figura. Calcolare $\displaystyle\int_\gamma \frac{-y\,dx + x\,dy}{x^2+y^2}$.



(A) π, **(B)** 4π, **(C)** -2π, **(D)** 0.

---

4. Sapendo che $f\colon \mathbb{C}\to\mathbb{C}$ è olomorfa e la sua parte reale è x^2-y^2, quale delle seguenti potrebbe essere la parte immaginaria di f?
(A) x^2+y^2, **(B)** 0, **(C)** y, **(D)** $2xy$.

---

5. Calcolare
$$\int_\gamma \frac{\sin z}{z}\,dz$$
dove $\gamma(t) = e^{it}$, $t\in[0,2\pi]$.
(A) 0, **(B)** 1, **(C)** π, **(D)** $2\pi i$.

---

6. La $\mathcal{L}$-trasformata di $e^t + \cos t$ è
(A) $\frac{1}{s+1}+\frac{1}{s^2+1}$, **(B)** $\frac{1}{s-1}+\frac{1}{s^2+1}$, **(C)** $\frac{1}{s+1}+\frac{s}{s^2+1}$, **(D)** $\frac{1}{s-1}+\frac{s}{s^2+1}$.

---

7. Il raggio di convergenza della serie di potenze $\displaystyle\sum_{k=1}^{\infty} k^k z^k$ è
(A) 1, **(B)** 0, **(C)** $+\infty$, **(D)** $\sqrt{2}$.

---

8. Se $y(t)$ risolve
$$\begin{cases} y'' + 3y' + 2y = 0 \\ y(0) = 1, y'(0) = -3 \end{cases}$$
allora l'integrale $\displaystyle\int_0^{+\infty} y(t)\,dt$ vale
(A) 0, **(B)** -1, **(C)** $+\infty$, **(D)** π.

---

9. Calcolare $\int_\gamma \bar{z}\,dz$ con $\gamma(t) = e^{it}$, $t\in[0,2\pi]$.
(A) $2\pi i$, **(B)** i, **(C)** -1, **(D)** $\sqrt{2}$.

---

10. Sia $D\subset\mathbb{R}^2$ un dominio regolare e sia $f\colon D\to\mathbb{R}$ una funzione regolare, positiva. Il volume dell'insieme
$$E = \{(x,y,z)\in\mathbb{R}^3 \colon (x,y)\in D,\ |z|\le f(x,y)\}$$
è dato da
(A) $\frac{1}{2}\iint_D f^2(x,y)\,dx\,dy$, **(B)** $2\iint_D f(x,y)\,dx\,dy$, **(C)** $\int_{\partial^+ D} f_y\,dx - f_x\,dy$, **(D)** $\int_{\partial^+ D} f_x\,dx + f_y\,dy$.

---

11. Sia $D = \{(x,y)\in\mathbb{R}^2\colon x^2+y^2\le 2\}$ e sia $f\colon\mathbb{R}^2\to\mathbb{R}$ una funzione differenziabile tale che
$$\inf_{(x,y)\in D} f(x,y) = f(1,1).$$
Allora tra le seguenti possibilità il vettore $\nabla f(1,1)$ potrebbe essere
(A) $(-1,-1)$, **(B)** $(1,-1)$, **(C)** $(-1,1)$, **(D)** $(1,1)$.

---

12. Sia $f\colon\mathbb{C}\to\mathbb{C}$ una funzione tale che $|f(z)| = \sin|z|$ per ogni $z\in\mathbb{C}$. Allora possiamo affermare che
(A) non esiste una tale f, **(B)** f è olomorfa ma non costante, **(C)** f non è olomorfa, **(D)** f è costante.

Analisi Matematica II e Complementi
Prova scritta n. 5
Ingegneria, a.a. 2009-2010
5 febbraio 2011

(spazio riservato al docente)

voto

ammonito

espulso

cognome | nome | matricola

risposte:

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12

codice compito: `ADBA DBCB CCDA`

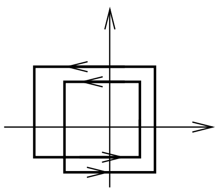
1. Il limite

$$\lim_{(x,y)\to(0,0)} \frac{xy^2}{x^2+y^2}$$

(A) vale 0, **(B)** vale 1, **(C)** non esiste, **(D)** vale $+\infty$.

2. La funzione $f(x,y) = (x+y)(x-y-1)$ nel punto $(0,0)$ **(A)** non ha un punto critico, **(B)** ha un massimo locale, **(C)** ha un punto sella, **(D)** ha un minimo locale.

3. Sia γ la curva chiusa rappresentata in figura. Calcolare $\displaystyle\int_\gamma \frac{-y\,dx + x\,dy}{x^2+y^2}$.



(A) π, **(B)** 0, **(C)** -2π, **(D)** 4π.

4. Sapendo che $f\colon \mathbb{C}\to\mathbb{C}$ è olomorfa e la sua parte reale è x^2-y^2, quale delle seguenti potrebbe essere la parte immaginaria di f?
(A) $2xy$, **(B)** 0, **(C)** y, **(D)** x^2+y^2.

5. Calcolare

$$\int_\gamma \frac{e^z}{z}\,dz$$

dove $\gamma(t) = e^{it}$, $t\in[0,2\pi]$.
(A) 1, **(B)** 0, **(C)** π, **(D)** $2\pi i$.

6. La $\mathcal{L}$-trasformata di $e^t + \sin t$ è
(A) $\frac{1}{s-1}+\frac{s}{s^2+1}$, **(B)** $\frac{1}{s-1}+\frac{1}{s^2+1}$, **(C)** $\frac{1}{s+1}+\frac{s}{s^2+1}$, **(D)** $\frac{1}{s+1}+\frac{1}{s^2+1}$.

7. Il raggio di convergenza della serie di potenze $\displaystyle\sum_{k=1}^{\infty}\frac{z^k}{k^k}$ è
(A) 0, **(B)** $+\infty$, **(C)** $\sqrt{2}$, **(D)** 1.

8. Se $y(t)$ risolve

$$\begin{cases} y'' + 2y' + y = 0 \\ y(0) = 1, y'(0) = -2 \end{cases}$$

allora l'integrale $\displaystyle\int_0^{+\infty} y(t)\,dt$ vale
(A) π, **(B)** -1, **(C)** $+\infty$, **(D)** 0.

9. Calcolare $\int_\gamma \bar{z}\,dz$ con $\gamma(t) = e^{it}$, $t\in[0,2\pi]$.
(A) $2\pi i$, **(B)** $\sqrt{2}$, **(C)** i, **(D)** -1.

10. Sia $D\subset\mathbb{R}^2$ un dominio regolare e sia $f\colon D\to\mathbb{R}$ una funzione regolare, positiva. Il volume dell'insieme

$$E = \{(x,y,z)\in\mathbb{R}^3\colon (x,y)\in D,\ |z|\le f(x,y)\}$$

è dato da
(A) $\int_{\partial^+ D} f_x\,dx \ + \ f_y\,dy$, **(B)** $2\iint_D f(x,y)\,dx\,dy$, **(C)** $\frac{1}{2}\iint_D f^2(x,y)\,dx\,dy$, **(D)** $\int_{\partial^+ D} f_y\,dx - f_x\,dy$.

11. Sia $D = \{(x,y)\in\mathbb{R}^2\colon x^2+y^2\le 2\}$ e sia $f\colon\mathbb{R}^2\to\mathbb{R}$ una funzione differenziabile tale che

$$\sup_{(x,y)\in D} f(x,y) = f(1,1).$$

Allora tra le seguenti possibilità il vettore $\nabla f(1,1)$ potrebbe essere
(A) $(1,1)$, **(B)** $(-1,-1)$, **(C)** $(1,-1)$, **(D)** $(-1,1)$.

12. Sia $f\colon\mathbb{C}\to\mathbb{C}$ una funzione tale che $|f(z)| = \sin|z|$ per ogni $z\in\mathbb{C}$. Allora possiamo affermare che
(A) non esiste una tale f, **(B)** f è olomorfa ma non costante, **(C)** f non è olomorfa, **(D)** f è costante.

Analisi Matematica II e Complementi
Prova scritta n. 5
Ingegneria, a.a. 2009-2010
5 febbraio 2011

(spazio riservato al docente)

ammonito

espulso

voto

cognome

nome

matricola

risposte: 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12

codice compito: BCAB DBDC DAAC

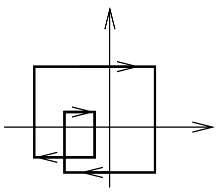
1. Il limite

$$\lim_{(x,y)\to(0,0)} \frac{x^2+y^3}{x^2+y^2}$$

(A) vale $+\infty$, **(B)** vale 1, **(C)** non esiste, **(D)** vale 0.

2. La funzione $f(x,y) = (x+y)(x-y^2)$ nel punto $(0,0)$ **(A)** ha un minimo locale, **(B)** ha un punto sella, **(C)** non ha un punto critico, **(D)** ha un massimo locale.

3. Sia γ la curva chiusa rappresentata in figura. Calcolare $\displaystyle\int_\gamma \frac{-y\,dx + x\,dy}{x^2+y^2}$.



(A) 0, **(B)** π, **(C)** -2π, **(D)** 4π.

4. Sapendo che $f\colon \mathbb{C} \to \mathbb{C}$ è olomorfa e la sua parte reale è $x^2 - y^2$, quale delle seguenti potrebbe essere la parte immaginaria di f?
(A) x^2+y^2, **(B)** 0, **(C)** $2xy$, **(D)** y.

5. Calcolare

$$\int_\gamma \frac{\cos z}{z}\,dz$$

dove $\gamma(t) = e^{it}$, $t \in [0, 2\pi]$.
(A) π, **(B)** 0, **(C)** 1, **(D)** $2\pi i$.

6. La $\mathcal{L}$-trasformata di $e^{-t} + \cos t$ è
(A) $\frac{1}{s+1} + \frac{1}{s^2+1}$, **(B)** $\frac{1}{s-1} + \frac{s}{s^2+1}$, **(C)** $\frac{1}{s+1} + \frac{s}{s^2+1}$, **(D)** $\frac{1}{s-1} + \frac{1}{s^2+1}$.

7. Il raggio di convergenza della serie di potenze $\displaystyle\sum_{k=1}^{\infty} k^k z^k$ è
(A) 0, **(B)** 1, **(C)** $+\infty$, **(D)** $\sqrt{2}$.

8. Se $y(t)$ risolve

$$\begin{cases} y'' + 3y' + 2y = 0 \\ y(0) = 1, y'(0) = -3 \end{cases}$$

allora l'integrale $\displaystyle\int_0^{+\infty} y(t)\,dt$ vale
(A) 0, **(B)** $+\infty$, **(C)** π, **(D)** -1.

9. Calcolare $\int_\gamma \bar{z}\,dz$ con $\gamma(t) = e^{it}$, $t \in [0, 2\pi]$.
(A) -1, **(B)** $2\pi i$, **(C)** $\sqrt{2}$, **(D)** i.

10. Sia $D \subset \mathbb{R}^2$ un dominio regolare e sia $f\colon D \to \mathbb{R}$ una funzione regolare, positiva. Il volume dell'insieme

$$E = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 \colon (x,y) \in D,\ |z| \le f(x,y)\}$$

è dato da
(A) $\int_{\partial^+ D} f_y\,dx - f_x\,dy$, **(B)** $2\iint_D f(x,y)\,dx\,dy$, **(C)** $\frac{1}{2}\iint_D f^2(x,y)\,dx\,dy$, **(D)** $\int_{\partial^+ D} f_x\,dx + f_y\,dy$.

11. Sia $D = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \colon x^2+y^2 \le 2\}$ e sia $f\colon \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ una funzione differenziabile tale che

$$\inf_{(x,y)\in D} f(x,y) = f(1,1).$$

Allora tra le seguenti possibilità il vettore $\nabla f(1,1)$ potrebbe essere
(A) $(-1,1)$, **(B)** $(-1,-1)$, **(C)** $(1,-1)$, **(D)** $(1,1)$.

12. Sia $f\colon \mathbb{C} \to \mathbb{C}$ una funzione tale che $|f(z)| = \sin|z|$ per ogni $z \in \mathbb{C}$. Allora possiamo affermare che
(A) f è costante, **(B)** f è olomorfa ma non costante, **(C)** non esiste una tale f, **(D)** f non è olomorfa.