

# Analisi Matematica B

## Prova scritta parziale n. 2

Corso di laurea in Fisica, 2017-2018

9 febbraio 2018

1. Determinare il numero di soluzioni reali dell'equazione

$$x^4 = \ln(1 + x^3).$$

2. Si consideri la funzione  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  definita da

$$f(x) = \sqrt[3]{\sin(x^3)}.$$

- (a) In quali punti la funzione  $f$  è continua?
- (b) In quali punti  $f$  è derivabile?
- (c)  $f$  è lipschitziana?
- (d)  $f$  è uniformemente continua?

3. Calcolare

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin \ln(1 + 2x) - e^{2x} + \cos x + \sin\left(\frac{9}{2}x^2 + x^4\right)}{x(\operatorname{tg} x - x)}.$$

4. Si consideri la successione per ricorrenza definita da

$$\begin{cases} a_0 = \alpha \\ a_{n+1} = (a_n - 1)^2. \end{cases}$$

- (a) Determinare il limite di  $a_n$  nel caso  $\alpha = 3$ ;
- (b) determinare il limite di  $a_n$  nel caso  $\alpha = -1$ ;
- (c) mostrare che per  $\alpha = -1/2$  la successione  $a_n$  è limitata ma non è convergente.