Scritto per il corso di Analisi Matematica
corso di laurea in Ingegneria Gestionale
Università di Pisa
7/1/2019

(Seconda parte)

Tempo a disposizione: 120 minuti.
E' richiesto lo svolgimento degli esercizi con tutte le necessarie spiegazioni e motivazioni, in modo il più possibile rigoroso e leggibile.

`Nome:`
`Cognome:`
`Numero di matricola:`
`Acconsento che il voto finale venga pubblicato sulla pagina web del docente (solo per i voti pari almeno a 15/30, e con il numero di matricola al posto del nome):`
`sì` ☐ `no` ☐

Esercizio 1 (12 punti)**.** Sia $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ la funzione definita da

$$f(x) = 2x \arctan(|x|) - \ln(1 + x^2) - \pi x\,.$$

a) Si dimostri che f è continua, si dica in quali punti $x \in \mathbb{R}$ è derivabile, e si calcoli $f'(x)$ in tali punti.
b) Si calcolino, se esistono, i limiti di $f(x)$ per x tendente a $+\infty$ e per x tendente a $-\infty$.
c) Si dimostri che f ammette almeno un massimo globale, ma nessun un minimo globale.
d) Si dimostri che tutti i punti critici di f sono negativi.
e) Si dica quanti sono i punti di massimo globale, ed i punti di massimo o minimo locale.

Esercizio 2 (8 punti)**.** Sia $\alpha \in \mathbb{R}$ un numero reale, e si definisca f in un intorno di 0 come

$$f(x) = \operatorname{sen} x + \cos x + \tan(x^2) + x^2 \ln(1 + \alpha x) - e^x\,.$$

A seconda del valore di α, si dica se esiste ed eventualmente quanto vale il limite

$$\lim_{x \to 0^+} \frac{x^4}{f(x)}\,.$$

Esercizio 3 (10 punti)**.** Sia

$$I_{\alpha,\beta} = \int_0^{\pi/2} \frac{1}{\beta + \tan x + (\tan^2(x))^\alpha}\,dx\,.$$

a) Calcolare l'integrale $I_{\alpha,\beta}$ (se esiste) per $\alpha = 0, \beta = 1$;
b) Calcolare l'integrale $I_{\alpha,\beta}$ (se esiste) per $\alpha = 1, \beta = 1$;
c) Studiare l'esistenza di $I_{\alpha,\beta}$ al variare dei parametri $\alpha \in \mathbb{R}, \beta \geq 0$.