

Scritto per il corso di Analisi Matematica  
corso di laurea in Ingegneria Gestionale  
Università di Pisa  
12/9/2019

(Seconda parte)

*Tempo a disposizione: 120 minuti.*

*E' richiesto lo svolgimento degli esercizi con tutte le necessarie spiegazioni e motivazioni, in modo il più possibile rigoroso e leggibile.*

Nome:

Cognome:

Numero di matricola:

Acconsento che il voto finale venga pubblicato sulla pagina web del docente (solo per i voti pari almeno a 15/30, e con il numero di matricola al posto del nome):

sì  no

**Esercizio 1** (12 punti). Per ogni valore del parametro  $\lambda \in \mathbb{R}$ , si consideri la funzione  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  definita da

$$f(x) = \text{sen}\left(\lambda e^{-x^2}\right).$$

- i) Per ogni  $\lambda \in \mathbb{R}$ , si mostri che  $f$  è continua e derivabile, e si calcolino i limiti di  $f$  a  $\pm\infty$ .
- ii) Si dica per quali valori di  $\lambda \in \mathbb{R}$  l'integrale improprio  $\int_0^{+\infty} f(x) dx$  converge.
- iii) Si discuta il numero e la natura dei massimi e minimi locali e globali della funzione  $f$  nel caso  $\lambda = 1$ .
- iv) Si risponda alla stessa domanda nel caso  $\lambda = 2$ .
- v) Si risponda alla stessa domanda per un qualunque  $\lambda \in \mathbb{R}$ .

**Esercizio 2** (10 punti). Per ogni valore del parametro reale  $\alpha$ , e per ogni  $n \in \mathbb{N}$ , si calcoli il limite

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{x \text{sen}(x^2) + \cos(\text{sen}(x)) - e^{-\frac{3}{2}x^2} - \arctan(x^2) - \tan(x^3) - \alpha x^4}{x^n}.$$

**Esercizio 3** (8 punti). Si consideri la funzione  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  definita da

$$f(x) = \frac{x^2 - 2x - 1}{e^x}.$$

- i) Si trovino gli zeri della funzione, i suoi limiti a  $\pm\infty$ , e tutti i punti di massimo e minimo locale e globale.
- ii) Si calcoli il valore dell'integrale improprio

$$\int_0^{+\infty} f(x) dx.$$