Analisi Matematica II - Ing. Aerospaziale - Compito del 27 maggio 2002

Cognome ______________________ Nome ______________________

- Data la funzione definita (dove è possibile) da $f(x,y) = \ln(1+\sqrt{2}x - y^2) - x^2 + y^2$
  - si trovino i suoi punti critici dicendo per ognuno di essi se sono massimi o minimi relativi (3p):

  - si trovino due punti P_{min} e P_{max} rispettivamente di minimo e di massimo per f su $D = \{(x,y) \mid 0 \leq x \leq 1, \sqrt{2}x \geq y^2\}$ (3 p.)

    $P_{min} =$ ______________________ , $P_{max} =$ ______________________

- Sia data la successione di funzioni $(f_n)_{n\in\mathbf{N}}$ definite su $]0,+\infty,[$ da $f_n(x) = \dfrac{n}{x}\sin\left(\dfrac{x}{n}\right)$.
  Si trovi il limite puntuale delle f_n: $f(x) =$ ____________. (2 p.) Inoltre si dica se
  $f_n \to f$ uniformemente su $]0,+\infty[$ $\boxed{\text{sí}}$ $\boxed{\text{no}}$ (1 p.)
  $f_n \to f$ uniformemente su $]0,1[$ $\boxed{\text{sí}}$ $\boxed{\text{no}}$(1 p.)

- Si trovi la soluzione del problema di Cauchy (4 p.):

$$y'' - y' + y = e^x \qquad y(0) = 1/3, y'(0) = 0$$

  $y(x) =$ ______________________

- Si calcoli (4 p.)

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\cos(3x)}{x^2+x+1} = \underline{\qquad\qquad\qquad}$$

- Si dica per quali x converge la serie di potenze (3 p.) $\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty} (1-x)^{2n}$

  x ______________________;

- Si trovi lo sviluppo in serie di Fourier $f(x) = \sum_n (a_n \cos(nx) + b_n \sin(nx))$ relativo alla funzione f definita in $[0, 2\pi]$ da $f(x) = \sin(x/2)$ ed estesa per periodicità su tutto $\mathbf{R}$. (4 p.)

  $a_n =$ ______________________ , $b_n =$ ______________________

Si calcoli il seguente integrale (7 p.). $\int\int\int_D z^3 \sqrt{x^2+y^2+z^2}\, dxdydz$ dove

$$D = \{(x, y, z) \mid x^2 + y^2 + z^2 \leq 1, z \geq 0\}.$$

SVOLGIMENTO