

Resoconto attività di ricerca Febbraio 2019 - Gennaio 2020 nell'ambito del Progetto PRA 2018 49 (Prof. V. Magnani)

Alessandro Palmieri (assegnista di ricerca)

12 febbraio 2020

1 Relazione scientifica sui risultati ottenuti

I progetti di ricerca sviluppati nel periodo di impiego come assegnista di ricerca presso l'Università di Pisa possono essere raggruppati schematicamente in due categorie:

- a) equazioni di evoluzioni semilineari nel gruppo di Heisenberg (o più in generale in gruppo di Carnot);
- b) equazioni e sistemi di equazioni iperboliche.

a) Il primo problema studiato in questo ambito è l'equazione del calore semilineare nel gruppo di Heisenberg \mathbf{H}_n con nonlinearità $|u|^p$. Si è dimostrato che l'esponente critico per tale modello è l'esponente di tipo Fujita $1 + 2/Q$, dove Q è la dimensione omogenea di \mathbf{H}_n . Inoltre nel caso sottocritico e in quello critico, quando la soluzione esplose in tempo finito sotto opportune ipotesi per i dati iniziali, sono state determinate stime ottimali per il tempo di vita della soluzione. I risultati sull'esplosione nel caso sottocritico sono stati in aggiunta estesi al caso di un generico gruppo di Carnot.

Il secondo modello semilineare considerato nel gruppo di Heisenberg è l'equazione delle onde con damping e con nonlinearità $|u|^p$. Anche in questo caso si è provato che l'esponente critico è $1 + 2/Q$. L'approccio utilizzato in questo caso tuttavia è completamente diverso da quello utilizzato nel caso dell'equazione del calore, dove sono stati utilizzati spazi L^∞ pesati, per quanto riguarda la tecnica per provare il risultato di esistenza globale nel caso sopracritico. Infatti sono state determinate prima le stime di decadimento per il corrispondente problema lineare omogeneo a livello di spazi L^2 con regolarità addizionale di tipo L^1 per i dati iniziali. Tali stime di decadimento sono state ottenute mediante l'utilizzo della trasformata di Fourier noncommutativa su \mathbf{H}_n . In seguito tali stime sono state combinate con il metodo integrale dell'energia in spazi di Sobolev con peso esponenziale. I risultati ottenuti in questo ambito sono stati presentati nei seguenti lavori già pubblicati:

- V. Georgiev, A. Palmieri, Critical exponent of Fujita-type for the semilinear damped wave equation on the Heisenberg group with power nonlinearity, *J. Differential Equation*, <https://doi.org/10.1016/j.jde.2019.12.009>
- V. Georgiev, A. Palmieri, Upper bound estimates for local in time solutions to the semilinear heat equation on stratified Lie groups in the sub-Fujita case, *AIP Conf. Proc.* 2159 (2019) 020003, <https://doi.org/10.1063/1.5127465>.

e nei preprint in fase di revisione:

- V. Georgiev, A. Palmieri, Lifespan estimates for local in time solutions to the semilinear heat equation on the Heisenberg group, arXiv:1905.05696, 2019.
- A. Palmieri, Decay estimates for the linear damped wave equation on the Heisenberg group, arXiv:1908.02657, 2019.

b) Nell'ambito delle equazioni iperboliche sono stati considerati:

- Equazione delle onde con termini di ordine inferiore a coefficienti dipendenti dal tempo nel caso *scale-invariant*: formule di rappresentazione di tipo integrale per il problema di Cauchy lineare, risultati di esistenza ed blow-up per equazioni semilineari e loro sistemi debolmente accoppiati;

- Risultati di blow-up per sistemi debolmente accoppiati di equazioni delle onde con termini di damping di tipo *scattering-producing*;
- Risultati di blow-up per equazioni di Moore-Gibson-Thompson nel caso conservativo;
- Risultati di blow-up per l'equazione delle onde con nonlinearità di tipo memoria.

I risultati ottenuti in questo ambito sono stati presentati nei seguenti lavori già pubblicati:

- W. Chen, A. Palmieri, Weakly coupled system of semilinear wave equations with distinct scale-invariant terms in the linear part, *Z. Angew. Math. Phys.* **70** (2) (2019) 70, <https://doi.org/10.1007/s00033-019-1112-4>
- A. Palmieri, H. Takamura, Blow-up for a weakly coupled system of semilinear damped wave equations in the scattering case with power nonlinearities, *Nonlinear Anal.* **187** (2019), 467–492.
- A. Palmieri, H. Takamura, Nonexistence of global solutions for a weakly coupled system of semilinear damped wave equations of derivative type in the scattering case, *Mediterr. J. Math.* **17**, 13 (2020), doi:10.1007/s00009-019-1445-4
- M. D'Abbicco, A. Palmieri, A. A Note on $L^p - L^q$ Estimates for Semilinear Critical Dissipative Klein–Gordon Equations, *J. Dyn. Diff. Equat.* (2019). <https://doi.org/10.1007/s10884-019-09818-2>

e nei preprint in fase di revisione:

- A. Palmieri, Integral representation formulae for the solution of a wave equation with time-dependent damping and mass in the scale-invariant case, arXiv:1905.02408.
- A. Palmieri, Z. Tu, A blow-up result for a semilinear wave equation with scale-invariant damping and mass and nonlinearity of derivative type, arXiv:1905.11025v2.
- W. Chen, A. Palmieri, Nonexistence of global solutions for the semilinear Moore – Gibson – Thompson equation in the conservative case, arXiv:1909.08838v2.
- W. Chen, A. Palmieri, A blow – up result for the semilinear Moore – Gibson – Thompson equation with nonlinearity of derivative type in the conservative case, arXiv:1909.09348.
- W. Chen, A. Palmieri, Blow – up result for a semilinear wave equation with a nonlinear memory term, submitted.

2 Seminari tenuti a conferenze

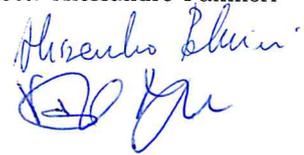
Conferenze e workshop a cui si è preso parte:

- PDE Workshop Waseda - GSSI, L'Aquila - Pisa, Università di Pisa, Pisa (21 Febbraio 2019). Seminario dal titolo “A blow-up result for a weakly coupled system of semilinear damped wave equations in the scattering case”.
- 12th ISAAC Congress, Aveiro University, Aveiro, Portogallo (29 Luglio-2 Agosto 2019). Seminario nella sessione *Recent progress in Evolution Equations* il 1 Agosto dal titolo “Recent progress in semilinear wave equations in the scale-invariant case”.
- New Trends in the Applications of Differential Equations in Sciences (NTADES'19), St. Constantine and Helena, Bulgaria (1-4 Luglio 2019). Seminario il 3 Luglio dal titolo “Critical exponent for the semilinear heat equation on the Heisenberg group and sharp lifespan estimates”.
- Dispersive equations of Math Physics, Università di Pisa, Pisa (6-8 Febbraio 2020).
- Dispersive and subelliptic PDEs, SNS CRM, Pisa (10-12 Febbraio 2020). Seminario il 10 Febbraio dal titolo “The critical exponent for the damped wave equation in the Heisenberg group”.

3 Organizzazione workshop

Supporto nell'organizzazione del workshop *Dispersive equations of Math Physics* organizzato dal Prof. V. Georgiev presso il Dipartimento di Matematica dell'Università di Pisa (Febbraio 2020).

Pisa, 12 febbraio 2020
Dott. Alessandro Palmieri

A handwritten signature in blue ink, appearing to read 'Alessandro Palmieri', with a stylized flourish below it.