

Corso di Dottorato a.a. 2020-2021

Titolo: " *Combinatoria dei coinvarianti diagonali*"

Docente:

Michele D'Adderio (Università di Bruxelles)

Periodo: 2° semestre a.a. 2020-2021 (fine aprile – fine giugno 2021)

Durata: n. 30 ore

Annuncio:

Sin dai lavori pionieristici di Frobenius, Young e Schur, più di un secolo fa, l'interazione tra le rappresentazioni del gruppo simmetrico, le funzioni simmetriche, e la sterminata combinatoria che ne scaturisce e' stato un paradigma centrale in combinatoria algebrica, che ci piace chiamare "la triplice via". Negli ultimi trent'anni, da quando Macdonald ha introdotto le sue famose funzioni simmetriche, c'è stata una plethora di sviluppi, tutti apparentemente collegati a cosiddetti "coinvarianti diagonali". Lo scopo di questo corso e' di dare un compendio di alcuni recenti e sorprendenti risultati e congetture che hanno provocato non poco entusiasmo nella comunità. Il corso ha pochissimi prerequisiti, e dovrebbe essere accessibile a ogni studente con conoscenze di algebra di base (livello di triennale), curiosità matematica e apertura mentale.

Descrizione

Lo scopo della prima metà del corso è quello di discutere la formula per la caratteristica di Frobenius (\sim carattere graduato) dei coinvarianti classici del gruppo simmetrico. Questo ci darà

- 1) una motivazione per la seconda parte del corso;
- 2) una buona scusa per introdurre concetti di base di combinatoria, funzioni simmetriche e rappresentazioni del gruppo simmetrico;
- 3) un esempio bello e importante della triplice via.

Lo scopo della seconda metà del corso e' quello di presentare l'impressionante formula per la caratteristica di Frobenius dei coinvarianti diagonali, e di descrivere le formule, ancora congetturali, per delle versioni "super" dei coinvarianti diagonali. Questi ultimi sono sviluppi degli ultimi cinque anni, e ci porteranno a parlare di polinomi di Macdonald, operatori pletistici e q,t -combinatoria.

*** English ***

Title: Combinatorics of diagonal coinvariants

Announcement

Since the pioneering works of Frobenius, Young and Schur, more than a century ago, the interplay between representations of the symmetric group, symmetric functions and the endless combinatorics arising in this context, has been a central paradigm in algebraic combinatorics, which we like to call "the threefold way". In the last three decades, since Macdonald introduced his famous symmetric functions, there has been a plethora of new developments, all apparently related to so called "diagonal coinvariants". The goal of this course is to provide a survey of some recent and surprising breakthroughs and conjectures, which gave rise to quite a bit of excitement in the community. The course has very little

prerequisites, and should be accessible to any student with basic background in algebra (bachelor level), mathematical curiosity and open-mindedness.

Content

The goal of the first half of this course is to discuss the formula for the Frobenius characteristic (\sim graded character) of the classical coinvariants of the symmetric group. This will provide:

- 1) a motivation for the second part of the course;
- 2) a good excuse to introduce basic concepts of combinatorics, symmetric functions, and representation theory of the symmetric group;
- 3) an important and beautiful example of the threefold way.

The goal of the second part of this course is to present the amazing formula for the Frobenius characteristic of the diagonal coinvariants, and to describe the still conjectural formulas for "super" versions of diagonal coinvariants. These last developments occurred in the last five years, and will lead us to discuss Macdonald polynomials, plethystic operators, and q,t -combinatorics.