

Al Direttore del
Dipartimento di Matematica
Università di Pisa

Oggetto: Relazione sull'attività di ricerca svolta da Marco
Ghimenti durante il triennio 2015-2017

PRINCIPALI LINEE DI RICERCA

Equazione di Yamabe su varietà con bordo Si tratta della variante del ben noto problema di Yamabe quando la varietà considerata ha un bordo regolare. Si chiede se nelle famiglia delle metriche conformi a quella data, sia possibile trovarne una che fissa per cui curvatura scalare risulti pari a 0 e la curvatura del bordo risulti pari ad 1. Questo si trasforma nel seguente problema critico con condizioni di Neumann

$$\begin{cases} L_g u = 0 \text{ su } M \\ \partial_\nu u + \frac{n-2}{2} h_g u = (n-2) u^{\frac{2(n-1)}{n-2}-1} \text{ su } \partial M. \end{cases}$$

Qui L_g rappresenta il Laplaciano conforme e H_g la curvatura media del bordo. Abbiamo cercato di studiare il problema di non compattezza di famiglie di soluzioni di problemi che sono perturbazioni del problema di Yamabe al bordo. In particolare si è ottenuto che qualsiasi perturbazione dall'alto della curvatura media h_g genera famiglie di soluzioni che fanno blow up (e quindi non compatte). Al momento si sta studiando se -in analogia con il caso classico- per perturbazioni dal basso della curvatura media invece la famiglia di soluzioni sia compatta

Problemi ellittici con non linearità di tipo Choquard Si tratta di equazioni stazionarie di tipo ellittico in cui la non linearità è di tipo non locale, in particolare ci siamo interessati alla non linearità di tipo Choquard ovvero $f(u) = (I_\alpha * |u|^p) |u|^{p-2} u$ in \mathbb{R}^N , dove $N \geq 1$, $\alpha \in (0, N)$ e $I_\alpha : \mathbb{R}^N \rightarrow \mathbb{R}$ è il potenziale di Riesz definito in $x \in \mathbb{R}^N \setminus \{0\}$ da

$$I_\alpha(x) = \frac{A_\alpha}{|x|^{N-\alpha}}, \quad \text{dove} \quad A_\alpha = \frac{\Gamma(\frac{N-\alpha}{2})}{\Gamma(\frac{\alpha}{2}) \pi^{N/2} 2^\alpha}.$$

Per $N = 3$, $\alpha = 2$ e $p = 2$ $f(u)$ è la non linearità di Choquard propriamente detta.

In questo ambito abbiamo cercato vari tipi di soluzione nodale per l'equazione stazionaria, e abbiamo studiato una disuguaglianza di tipo sobolev che lega la norma H^1 con il potenziale di Choquard

$$\mathcal{C}(u, u) = \iint I_\alpha(x-y) |u|^p(x) |u|^p(y) dx dy.$$

Equazione di Klein Gordon Maxwell su varietà Sia (M, g) una varietà Riemanniana compatta e senza bordo. Si consideri su M il sistema

$$\begin{cases} -\varepsilon^2 \Delta_g u + \alpha u = u^{p-1} + \omega^2 (qv - 1)^2 u & \text{in } M \\ -\Delta_g v + (1 + q^2 u^2) v = qu^2 & \text{in } M \end{cases} \quad (1)$$

Dove, se p è sottocritico, α, q, ω sono numeri reali, $\alpha, q > 0$, $\alpha - \omega^2 > 0$, e $\dim(M) = 3$, e se p è critico o sopracritico, $q > 0, \omega$ è un numero reale, $\alpha \in C^2(M, \mathbb{R})$, $\alpha(x) - \omega^2 > 0$, e $\dim(M) = 3, 4$.

Si dimostra che, se ε è sufficientemente piccolo, il numero delle soluzioni di bassa energia dipende dalla topologia della varietà. I risultati trovati si applicano anche a sistemi di Schroedinger Maxwell o ad equazioni ellittiche su varietà, come pure al caso di un sistema doppiamente perturbato.

ORGANIZZAZIONE DI CONVEGNI, PARTECIPAZIONE A PROGETTI E ATTIVITÀ SCIENTIFICHE VARIE

- marzo 2017 Abilitazione scientifica nazionale ai sensi dell'art.16 della Legge 240/2010, per il settore concorsuale 01/A3, Analisi matematica, probabilità e statistica matematica, in data 28/03/2017
- responsabile del progetto GNAMPA *Problemi stazionari e di evoluzione nelle equazioni di campo nonlineari* finanziato nell'anno 2017
- membro del comitato scientifico e organizzativo del convegno *Recent Progresses in PDEs* nell'ambito del PRA Visciglia, 19-20 gennaio 2017
- organizzazione del convegno *New trends in Partial Differential Equations* nell'ambito del PRA Visciglia, 3-7 ottobre 2016
- soggiorno come invitato all'università ULB di Bruxelles, dal 30 maggio al 4 giugno 2016
- membro del Progetto di Ricerca di Ateneo 2016 *Problemi di Evoluzione: Studio Qualitativo e Comportamento Asintotico* (referente scientifico Prof. Visciglia)
- soggiorno come invitato all'università autonoma del messico (UNAM), Città del Messico, dal 7 al 18 novembre 2015.

SEMINARI

- Roma, 24 gennaio 2017 "Noncompactness results for Yamabe problem on manifolds with boundary" nell'ambito del convegno *Roma Caput PDE*,
- Rio de Janeiro, agosto/settembre 2016 "Noncompactness results for Yamabe problem on manifolds with boundary " nell'ambito del *First Joint Meeting Brazil-Italy in Mathematics*,

- Alghero, luglio 2016 “Lower bounds for Coulomb energy for functions in homogeneous fractional Sobolev spaces ”nell’ambito del convegno *Vortex dynamics and related topics in fluid and quantum dynamics*,
- Milano, luglio 2016 “Noncompactness results for Yamabe problem on manifolds with boundary ”nell’ambito del *Nonlinear Meeting in Milan 2016*
- Novembre 2015 “Lower bounds for Coulomb energy for functions in homogeneous fractional Sobolev spaces ”U.N.A.M., Città del Messico.
- 25 Settembre 2015 “Soliton Dinamics for the Generalized Choquard Equation ”nell’ambito del *Bath-WIMCS Analysis Day*, Cardiff, U.K.
- 24 Settembre 2015 “Lower bounds for Coulomb energy for functions in homogeneous fractional Sobolev spaces ”Swansea University, U.K.
- 10 Settembre 2015 “Lower bounds for Coulomb energy for functions in homogeneous fractional Sobolev spaces ”nell’ambito del *XX convegno annuale Umi* , Siena

PUBBLICAZIONI E LAVORI SCIENTIFICI

1. Jacopo Bellazzini, Marco Ghimenti, Vitaly Moroz, Jean Van Schaftingen *Sharp Gagliardo-Nirenberg inequalities in fractional Coulomb-Sobolev spaces* in stampa su Trans AMS
2. Marco Ghimenti, Anna Maria Micheletti, Angela Pistoia *Linear perturbation of the Yamabe problem on manifolds with boundary* in stampa e disponibile online su Journal of geometric analysis
3. Marco Ghimenti, Vitaly Moroz, Jean Van Schaftingen *Least action nodal solutions for the quadratic Choquard equation*, Proc. Amer. Math. Soc. **145** (2017), 737–747
4. Marco Ghimenti, Anna Maria Micheletti, Angela Pistoia *On Yamabe type problems on Riemannian manifolds with boundary*, Pacific Journal of Mathematics **284** (2016) 79–102
5. Marco Ghimenti, Anna Maria Micheletti, *Construction of Solutions for a Nonlinear Elliptic Problem on Riemannian Manifolds with Boundary*, Adv. Nonlinear Stud. **16** (2016), 459–478
6. Jacopo Bellazzini, Marco Ghimenti, Tohru Ozawa, *Sharp lower bounds for Coulomb energy* Math. Res. Lett. **23** (2016) 621–632
7. Marco Ghimenti, Jean Van Schaftingen, *Nodal solutions for the Choquard equation*, Journal of Functional Analysis **271** (2016) 107–135

8. Monica Clapp, Marco Ghimenti, Anna Maria Micheletti *Semiclassical states for a static supercritical Klein-Gordon-Maxwell-Proca system on a closed Riemannian manifold*, Communications in Contemporary Mathematics **18** (2016), 25pp.
9. Marco Ghimenti, Dimitrios Kandilakis, Manolis Magiropoulos *Existence and stability results on a class of nonlinear Schroedinger equations in bounded domains with Dirichlet boundary conditions* European Journal of Mathematics **1** (2015) 773–798
10. Marco Ghimenti, Anna Maria Micheletti *Nonlinear Klein-Gordon-Maxwell systems with Neumann boundary conditions on a Riemannian manifold with boundary*, Progress in Nonlinear Differential Equations and Their Applications, Vol. **86** 299–323 (2015)
11. Marco Ghimenti, Anna Maria Micheletti *A multiplicity result for double singularly perturbed elliptic systems*, J. Fixed Point Theory Appl. **17** (2015) 123–136
12. Marco Ghimenti, Anna Maria Micheletti *Low energy solutions for singularly perturbed coupled nonlinear systems on a Riemannian manifold with boundary*, Nonlinear Analysis **119** (2015) 315–329

INSEGNAMENTO

- 2016/2017 codocente (titolare) del corso di *analisi I* per ingegneria informatica
- 2015/2016 codocente del corso di *analisi I* per ingegneria informatica
- 2014/2015 coordinatore del corso di TFA per la classe 049
- 2014/2015 titolare del corso di *analisi II* per ingegneria elettronica

DIREZIONE DI TESI

- a.a. 2015/2016 relatore della tesi *An anisotropic Yamabe type problem*, candidato Marco Aime
- a.a. 2015/2016 controrelatore della tesi *Disuguaglianza di Gagliardo-Nirenberg e applicazioni alle PDE*, candidato Francesco Sapio

Pisa, 11 Gennaio 2018
Marco Gipo Ghimenti

Relazione sull'attività didattica e scientifica per il triennio 30/11/2015 - 30/11/2017

Maurizio Ciampa

• Attività didattica

L'attività didattica è stata interamente svolta presso la Scuola di Ingegneria dell'Università di Pisa.

a.a. 2015/2016

- Titolarità del corso di Calcolo Numerico (6 cfu) per il Corso di Laurea in Ingegneria Elettronica.
- Titolarità del corso di Calcolo Numerico (6 cfu) per il Corso di Laurea Magistrale in Ingegneria dei Veicoli.

a.a. 2016/2017 e 2017/2018

- Titolarità del corso di Calcolo Numerico (6 cfu) per il Corso di Laurea in Ingegneria Elettronica.

• Attività scientifica

L'attività scientifica ha riguardato lo studio dell'*esistenza, unicità e comportamento regolare delle soluzioni di reti resistive contenenti diodi ideali*.

Precisamente, è stato affrontato il seguente problema: determinazione di condizioni necessarie e sufficienti alla univoca risolubilità di una rete ottenuta connettendo generatori indipendenti, resistenze e diodi con modello ideale, per ogni valore delle sorgenti.

Problemi relativi all'esistenza ed unicità di soluzioni per una rete ottenuta connettendo generatori indipendenti, resistenze ed elementi non lineari sono stati ampiamente studiati da vari autori, principalmente I. W. Sandberg e A. N. Willson Jr. Precisamente, quando gli elementi non lineari sono transistor e diodi con modello non ideale, questi autori hanno studiato e risolto il problema dell'esistenza ed unicità di soluzioni per ogni caratteristica permessa agli elementi non lineari ed ogni valore delle sorgenti. Per il caso in cui gli elementi non lineari siano amplificatori operazionali con modello ideale, ed il problema sia quello dell'esistenza ed unicità di soluzioni per ogni valore della tensione di saturazione di uscita degli amplificatori ed ogni valore delle sorgenti, il problema è stato affrontato e risolto in [1]. In quest'ultimo caso la regolarità del comportamento della soluzione delle reti ottenute da quella ideale utilizzando per gli amplificatori un modello non ideale è stato affrontato e risolto in [2].

RIFERIMENTI

- [1] M. Ciampa: "Existence and uniqueness of solutions for DC networks containing nonlinear ideal opamps," *International Journal on Circuit Theory and Applications*, vol. 30, 25–47, 2002.
- [2] M. Ciampa: "DC opamp networks: unique solvability and regular behaviour of the solution," *Proceedings NOLTA2000*, Dresden, vol. 1, 205-208, 2000.