

## RELAZIONE SEMESTRALE - ASSEGNO DI RICERCA

Assegnista (Nome e Cognome)	Erica Scantamburlo
email	erica.scantamburlo.93@gmail.com
Titolo del progetto	Metodi di determinazione orbitale per asteroidi e satelliti artificiali della Terra
Durata totale dell'assegno	dal 15/01/2022 al 14/01/2023
Durata di riferimento della relazione	dal 15/01/2022 al 14/07/2022
Referente	Dr. Giulio Baù
Settore Scientifico Disciplinare	MAT/07 (Fisica Matematica)
Dipartimento	Matematica

### Obiettivi di ricerca

Gli obiettivi del progetto di ricerca sono i seguenti:

1. sviluppo, miglioramento ed estensione di metodi per la determinazione orbitale di manovre impulsive (in collaborazione con Prof. Giovanni Federico Gronchi, Università di Pisa, Dipartimento di Matematica);
2. studio della dinamica cislunare in modelli più realistici di quello definito dal problema circolare ristretto dei tre corpi (in collaborazione con Prof. Massimiliano Guzzo, Università di Padova, Dipartimento di Matematica).

### Attività di ricerca svolta

#### Determinazione orbitale di manovre impulsive

Per quanto riguarda il primo obiettivo di ricerca, consideriamo un satellite terrestre di cui conosciamo la posizione topocentrica all'istante  $t_1$  e l'attribuibile ottico all'istante  $t_2$ , con  $t_2 > t_1$ . Assumendo che il satellite effettui un cambio di velocità impulsivo all'istante  $t_1$ , vogliamo determinare l'orbita del satellite. Più precisamente, consideriamo un sistema di riferimento geocentrico ed assumiamo che la posizione e velocità topocentrica  $\vec{q}$  e  $\dot{\vec{q}}$  dell'osservatore siano conosciute in funzione del tempo. Indichiamo con  $\rho, \alpha, \delta$  la distanza topocentrica, l'ascensione retta e la declinazione del satellite. Assumiamo quindi di conoscere  $P_1 = (\rho_1, \alpha_1, \delta_1)$  all'istante  $t_1$ , e  $A_2 = (\alpha_2, \delta_2, \dot{\alpha}_2, \dot{\delta}_2)$  all'istante  $t_2$ . Per determinare completamente l'orbita del satellite, dobbiamo calcolare le incognite  $(\dot{\rho}_1, \dot{\alpha}_1, \dot{\delta}_1, \rho_2, \dot{\rho}_2)$ .

Per farlo, usiamo il metodo degli integrali primi. Siano  $\vec{c}_i, \vec{L}_i$  e  $E_i$  il momento angolare, il vettore di Runge-Lenz e l'energia Kepleriana del satellite all'istante  $t_i$  con  $i = 1, 2$ ; imponiamo quindi

$$\vec{c}_1 - \vec{c}_2 = \vec{0}, \quad \vec{L}_1 - \vec{L}_2 = \vec{0}, \quad E_1 - E_2 = 0.$$

I risultati principali ottenuti fino ad ora sono i seguenti:

1. verifica della consistenza del precedente sistema;
2. calcolo del polinomio univariato  $u(\rho_2)$  che appartiene all'ideale

$$I = \langle \vec{c}_1 - \vec{c}_2, \vec{L}_1 - \vec{L}_2, E_1 - E_2 \rangle$$

e con grado minimo tra tutti i polinomi univariati in  $\rho_2$  di  $I$ .

Oltre alla parte teorica, abbiamo implementato una parte numerica che utilizza le routine di "OrbFit" (codice sviluppato dal gruppo di Meccanica Celeste dell'Università di Pisa).

### Dinamica cislunare

L'obiettivo di ricerca è di comprendere come cambia la dinamica attorno ai punti Lagrangiani L1 ed L2 del sistema Terra-Luna in modelli più realistici di quello definito dal problema circolare ristretto dei tre corpi.

Per farlo, consideriamo un modello ristretto a quattro corpi, in cui una particella è gravitazionalmente attratta dalla Terra, dalla Luna e dal Sole; in tale modello, la posizione dei corpi celeste è la medesima di quella determinata dal sistema digitale JPL Horizon. Per la descrizione della posizione e velocità di ogni corpo celeste ad ogni istante di tempo, abbiamo effettuato un'analisi di frequenza tramite la NAFF (Numerical Analysis of Fundamental Frequencies) poiché quest'ultima risulta essere più accurata rispetto all'analisi di Fourier.

Per analizzare la dinamica attorno ai punti Lagrangiani L1 ed L2 del sistema Terra-Luna abbiamo scritto la Lagrangiana usando un tempo fittizio che permettesse di semplificare la scrittura di tale Lagrangiana.

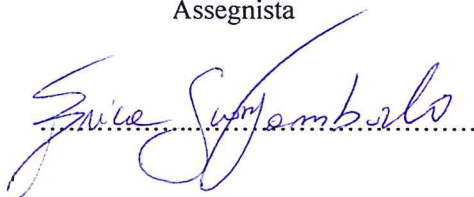
Stiamo implementando l'integrazione numerica delle equazioni del moto di tale modello.

### **Prodotti di ricerca**

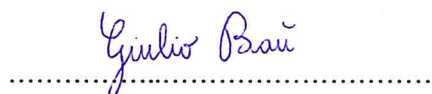
Talk:

1. "Interplanetary transfers in the elliptic restricted three-body problems using the manifold tubes originating at  $L_1$  and  $L_2$ " al Workshop "Theory, Models, and Simulations in Celestial Mechanics: theory and applications" (University of Pisa);

Assegnista



Referente



Pisa, 21/07/2022